

Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет Государственного и муниципального управления
Общеуниверситетская кафедра высшей математики

Программа дисциплины

Линейная алгебра и математический анализ

для направления 080200.62
Менеджмент
подготовки бакалавра
Специализация "Государственное и муниципальное управление"

Автор программы: Логвенков С.А., к.ф.-м.н., logv-hse@mail.ru

Одобрена на заседании кафедры Высшей математики «__»_____ 2011 г
Зав. кафедрой Макаров А.А.

Рекомендована секцией УМС «__»_____ 2011 г
Председатель

Утверждена УС факультета ГМУ «__»_____ 2011 г.
Ученый секретарь

Москва, 2011

Пояснительная записка

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Изучение курса «Линейная алгебра и математический анализ» не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы общеобразовательной средней школы.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 080200.62 Менеджмент подготовки бакалавра, специализация "Государственное и муниципальное управление".

Программа разработана в соответствии с рабочим учебным планом университета по направлению 080200.62 Менеджмент подготовки бакалавра, специализация "Государственное и муниципальное управление".

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра и математический анализ» являются

- формирование у слушателей высокой математической культуры
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической экономической деятельности
- развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области экономики и менеджмента.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Линейная алгебра и математический анализ» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения курса «Линейная алгебра и математический анализ» студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач экономики и управления;
- иметь представление о математическом моделировании простейших экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- овладеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для

решения экономических задач.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| Компетенция | Код по ФГОС/ НИУ | Основные признаки освоения (показатели достижения результата) | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции |
|--|------------------|--|---|
| Способен учиться, приобретать новые знания, умения | СК- Б 1 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |
| Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза | СК-Б4 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |
| Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач | СК-Б6 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу Математических и естественнонаучных дисциплин, базовая часть, обеспечивающих подготовку бакалавров.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика
- экономическая теория (микро-1)
- экономическая теория (макро-1)
- экономическая теория (микроэкономика-2)
- экономическая теория (макроэкономика-2)
- моделирование и управление
- методы анализа данных и эконометрика

5. Тематический план учебной дисциплины

| № | Тема | Аудиторные часы | | Самостоятельная работа | Всего |
|-----|--|-----------------|-----------|------------------------|------------|
| | | Лекции | Семинары | | |
| 1 | Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии | 16 | 12 | 52 | 80 |
| 1.1 | Основы аналитической геометрии и линейные пространства | 4 | 3 | 12 | 19 |
| 1.2 | Матрицы | 4 | 3 | 22 | 29 |
| 1.3 | Системы линейных уравнений | 4 | 4 | 12 | 20 |
| 1.4 | Собственные векторы и собственные значения матрицы. | 2 | 2 | 6 | 10 |
| | Контрольная работа | 2 | | | 2 |
| 2 | Математический анализ. Функции одной переменной | 16 | 12 | 46 | 74 |
| 2.1 | Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность | 4 | 4 | 10 | 18 |
| 2.2 | Дифференциальное исчисление | 6 | 4 | 20 | 30 |
| 2.3 | Интегральное исчисление | 4 | 4 | 16 | 24 |
| | Контрольная работа | 2 | | | 2 |
| 3 | Математический анализ. Функции нескольких переменных | 14 | 10 | 38 | 62 |
| 3.1 | Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность | 2 | 2 | 10 | 14 |
| 3.2 | Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление | 6 | 4 | 12 | 22 |
| 3.3 | Экстремумы функций нескольких переменных | 6 | 4 | 16 | 26 |
| | Итоговая контрольная работа | | | | |
| | ИТОГО | 46 | 34 | 136 | 216 |

6. Формы контроля знаний студентов

При изучении дисциплины предусмотрены две промежуточных контрольных работы и одно домашнее задание. Зачет проводится в конце второго модуля, экзамен – в конце четвертого модуля. Первая контрольная работа проводится в середине второго модуля, вторая – в конце третьего модуля, продолжительность контрольных работ не превышает 80 минут. Переписывание контрольной работы или написание контрольной работы в дополнительное время не допускается. Домашнее задания выдается в середине четвертого модуля.

| Тип контроля | Форма контроля | Модуль | | | | |
|---------------|--------------------|--------|---|---|---|-----------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Текущий | Контрольная работа | | 1 | 1 | | письменная работа 60 минут |
| | Домашнее задание | | | | 1 | |
| Промежуточный | Зачет | | 1 | | | письменная работа 80 минут. |
| Итоговый | Экзамен | | | | 1 | письменная работа 100 минут |

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале, при этом оценки могут не быть целочисленными, округление проводится до первой цифры после запятой. При выставлении итоговых оценок производится округление до ближайшего целого числа (если дробная часть оценки равна 0.5, то округление производится в большую сторону). Перевод в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу

$0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно

$4 \leq Z < 6$ удовлетворительно

$6 \leq Z < 8$ хорошо

$8 \leq Z \leq 10$ отлично.

Аналогичная шкала используется и для итоговой оценки.

7. Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Основы аналитической геометрии и линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n-го порядка.. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование кусочно-непрерывных функций.

Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

8. Образовательные технологии

При реализации семинарских занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Контрольная работа 1. Тематика заданий: линейная алгебра.

Контрольная работа 2. Тематика заданий: математический анализ, функция одной переменной.

9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.

3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
18. Предел функции.
19. Основные теоремы о пределах функции.
20. Бесконечно малые функции. Их свойства.
21. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
22. Бесконечно большие функции. Их свойства.
23. Непрерывность функции. Основные понятия.
24. Точки разрыва, их классификация. Примеры.
25. Свойства функций, непрерывных в точке.
26. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
27. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
28. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
29. Производные основных элементарных функций.
30. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
31. Правило Лопиталя.
32. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
33. Производные высших порядков функции одной переменной.
34. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
35. Методы интегрирования: замена переменной.
36. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
37. Методы интегрирования некоторых классов элементарных функций: элементарные дроби, рациональные функции.
38. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
39. Свойства определенного интеграла.
40. Формула Ньютона-Лейбница.
41. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
42. Производные функции нескольких переменных.
43. Производные сложной функции многих переменных.
44. Производные высших порядков функции многих переменных.
45. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
46. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
47. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

9.3 Примеры заданий промежуточного /итогового контроля

Примеры заданий текущего, промежуточного и итогового контроля приводятся на персональной странице преподавателя на сайте общеуниверситетской кафедры высшей математики.

10. Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная оценка за первые два модуля получается по следующей формуле: $N_1=K_1$, где K_1 – оценка за первую контрольную работу. Зачетная оценка за первые два модуля получается по формуле: $Z=0,4*N_1+0,6*K$, где Z – зачетная оценка, K – оценка за зачетную контрольную работу. Если зачетная контрольная работа написана неудовлетворительно, то в качестве зачетной оценки ставится оценка неудовлетворительно.

Накопленная оценка за последние два модуля получается по следующей формуле: $N_2=0,5*Z+0,3*K_2+0,2*D$, где K_2 – оценка за вторую контрольную работу, а D – оценка за домашнее задание. Итоговая экзаменационная оценка в конце четвертого модуля получается по следующей формуле: $I=0,5*N_2+0,5*E$, где I – итоговая оценка, E – оценка за итоговую контрольную работу по всему курсу, проводимую в конце четвертого модуля. Если итоговая контрольная работа написана неудовлетворительно, то в качестве итоговой оценки ставится оценка неудовлетворительно.

Переписывание контрольной работы промежуточного контроля или написание контрольной работы промежуточного контроля в дополнительное время не допускается.

11. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

11.1 Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.

11.2 Основная литература

- 12 Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
- 13 Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
- 14 Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
- 15 Кузнецов Б.Т. Математика: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
- 16 Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие/ Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2001.
- 17 Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2001.

11.3 Дополнительная литература

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.
5. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
6. Грес П.В. Математика для гуманитариев: Учебное пособие. М.: Юрайт, 2000.
7. Григорьев С.Г. Линейная алгебра: Учебное пособие по высшей математике. М: ИВЦ Маркетинг, 1999.
8. Григорьев С.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: Учебное пособие по высшей математике. М.: ИВЦ Маркетинг, 2000.
9. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М.: Вузовская книга, 1999.
10. Жак С.В. Математические модели менеджмента и маркетинга. Ростов-на-Дону: ЛаПО, 1997.
11. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
12. Зими́на О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика: Решебник. М.: Физматлит, 2000.
13. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.
14. Клиот-Дашинский М.И. Алгебра матриц и векторов: Учебник. СПб.: Лань, 2001.
15. Коваленко Е.В., Попов В.Ю. Алгебра и анализ: Учебно-методическое пособие. М.: Изд-во ГУ ВШЭ, 2002.
16. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.
17. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика. Алгебра и элементарные функции: Учебное пособие. Ч. 1. М.: Агар, 1999.
18. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.

19. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.
20. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
21. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
22. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. СПб.: Лань, 2001.
23. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.
24. Практикум по высшей математике для экономистов: Учебное пособие для вузов / Кремер Н.Ш., Тришин И.М., Путко Б.А. и др.; Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
25. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие/ Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.
26. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2 ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
27. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2 ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.
28. Сюдсетер К., Стрем А., Берк П. Справочник по математике для экономистов. СПб.: Экономическая школа, 2000.
29. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Гуманитариям о математике. Пути знакомства. Основные понятия. Методы. Модели. М.: Агар, 1999.
30. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учебное пособие. М.: Дело, 2000.
31. Шипачев В.С. Высшая математика: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
32. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
33. Anthony M., Biggs N. Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. Cambridge: CUP, 1996.
34. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw – Hill, 1984.
35. Fuente A. Mathematical Methods and Models for Economists. Cambridge: CUP, 2000.
36. Simon C.P., Blume Z. Mathematics for Economists. W.W. Norton and Company, 1994.